Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI2511 - Lógica Simbólica

Práctica Semana 11

1. Comprensión de condiciones de aplicabilidad de axiomas y teoremas.

   a) Se desea aplicar inmediatamente el teorema de distributividad del $\wedge$ sobre $\exists$ en:

   $$P \wedge (\exists y \mid E(y) \wedge I(y, `c`) : (\forall w \mid U(w, `c`) : V(y, w)))$$

   ¿cuáles de las siguientes expresiones pueden ser P para que la aplicación sea correcta?

   1) $(\forall x \mid M(x) : (\exists y \mid P(y) : D(y, x)))$
   2) $(\exists y \mid P(y) : \neg D(y, x))$
   3) $(\forall x \mid M(x) : D(y, x))$
   4) $E(`A`)$
   5) $I(`A`, y)$
   6) $E(x)$

   b) Se desea aplicar el teorema de distributividad del $\vee$ sobre $\exists$ en:

   $$Q \vee (\exists y \mid E(y) \wedge I(y, `c`) : (\forall w \mid U(w, `c`) : V(y, w)))$$

   Elija un conjunto de las siguientes condiciones que sea suficiente para aplicar el teorema.

   1) La cuantificación está definida.
   2) $\neg ocurreL(x, Q)$
   3) $E(`a`)$
   4) $I(`l`, `c`)$
   5) $I(`a`, `c`)$
   6) $\neg ocurreL(y, Q)$

   c) Se desea aplicar el teorema de intercambio de cuantificadores en:

   $$(\exists y \mid E(y) \wedge I(y, `c`) : (\forall w \mid U(w, `c`) : V(y, w)))$$

   Elija un conjunto de las siguientes condiciones que sea suficiente para aplicar teorema.

   1) $\neg ocurreL(w, y) \wedge \neg ocurreL(w, `c`)$
   2) $\neg ocurreL(w, E(y))$
   3) $\neg ocurreL(w, I(y, `c`))$
   4) $\neg ocurreL(y, E(y))$
   5) $\neg ocurreL(y, I(y, `c`))$
   6) $\neg ocurreL(y, U(w, `c`))$
   7) $\neg ocurreL(y, V(y, w))$

   d) Dada la siguiente expresión:

   $$(\forall w \mid U(w, `c`) \wedge U(w, `m`) : (\exists y \mid: V(y, w) \wedge (\exists y \mid: I(y, `c`))))$$

   ¿cuáles teoremas se pueden aplicar directamente?:

   1) Axioma de separación de rango (8.18).
   2) Axioma de distributividad (8.15).
   3) Axioma de Anidamiento (8.20).

4) Intercambio de cuantificaciones (9.29).
5) Regla de un punto, dado $\neg ocurreL(w, E)$.
6) Renombramiento de la variable de cuantificación w por la variable m (8.22).

e) Dada la siguiente expresión:

$$(\forall w \mid U(w, `c`) \wedge U(w, `m`) : (\exists y \mid : V(y, w) \wedge (\exists y \mid : I(y, `c`))))$$

¿cuáles de las siguientes expresiones corresponden a la aplicación de la instanciación de la variable w por la constante USB?.

1) $U(`USB`, `c`) \wedge U(`USB`, `m`) \wedge (\exists y \mid : V(y, `USB`) \wedge (\exists y \mid : I(y, `c`)))$
2) $U(`USB`, `c`) \wedge U(`USB`, `m`) \wedge (\exists y \mid : V(y, w) \wedge (\exists y \mid : I(y, `c`)))$
3) $U(`USB`, `c`) \wedge U(`USB`, `m`) \Rightarrow (\exists y \mid : V(y, `USB`) \wedge (\exists y \mid : I(y, `c`)))$
4) $U(`USB`, `c`) \wedge U(`USB`, `m`) \Rightarrow (\exists y \mid : V(y, w) \wedge (\exists y \mid : I(y, `c`)))$

2. Demuestre los teoremas 9.11, 9.12, 9.20, 9.22, 9.24, 9.26, 9.27

3. Dada la siguiente formalización de un argumento, demuestre que es un teorema usando el método de suponer el antecedente y probar el consecuente por contradicción (reducción al absurdo).

$$\begin{array}{ll}
\text{H0:} & (\forall x \mid : P(x)) \wedge (\forall y \mid : Q(y)) \Rightarrow (\exists z \mid : R(z)) \\
\text{H1:} & (\forall x \mid : \neg R(x)) \vee ((\exists z \mid : S(z)) \Rightarrow (\forall z \mid : \neg T(z))) \\
\text{H2:} & (\exists x \mid : \neg X(x)) \Rightarrow (\exists x \mid : S(x)) \wedge (\exists t \mid : T(t)) \\
\hline
\therefore & (\exists z \mid : \neg(P(z) \wedge Q(z))) \vee (\forall z \mid : X(z))
\end{array}$$